

Esercitazione 5 dicembre 2014

Matematica Applicata Ingegneria Biomedica

Patricia Díaz de Alba

1. Risolvere mediante la fattorizzazione $PA = LU$ il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 3 \\ -2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 4 \end{cases}$$

e calcolare il determinante della matrice dei coefficienti e la sua inversa.

2. **(Esercizio 3, pag. 116 - Libro)**. Stabilire per quali valori di $\alpha = 1, -1, 2, -2$, il sistema lineare $Ax = b$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ \alpha & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

è risolubile con il metodo iterativo di Jacobi. Per uno di tali valori, scelto a piacere il vettore iniziale, calcolare i primi due iterati.

3. **(Esercizio 4, pag. 116 - Libro)**. Stabilire se il metodo di Gauss-Seidel applicato al sistema lineare

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_2 + x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_4 = -2 \end{cases}$$

è convergente. Fissato inoltre un vettore iniziale a piacere, si calcolino le prime due iterazioni del metodo.

4. **(Esercizio 2, Prova 21 Febbraio 2014)**. Sia a un parametro e si consideri il sistema $Ax = b$, con

$$A = \begin{bmatrix} -3a & a & 0 \\ a & a & 2a \\ 0 & a & 2a \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si dica per quali valori del parametro a il sistema ammette un'unica soluzione e per quali il metodo di Jacobi è convergente. Si calcolino, infine, le prime due iterate del metodo di Gauss-Seidel nell'ipotesi in cui $a = 1$ e il vettore iniziale è $x^{(0)} = [1, 0, 1]^T$.